

ZADANIE 1

Napisz schematy poniższych zdań w języku rachunku predykatów.

- (1) *Staś biegnie.*
- (2) *Basia spaceruje, a Mirek rozmawia z Elą, zaś Filip godzi Agatę z Piotrem.*
- (3) *Ojciec Marii jest starszy od najmłodszego syna Tadeusza.*
- (4) *Największy stan Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej jest większy od największego landu Niemieckiej Republiki Federalnej.*
- (5) *Siła grawitacji między Słońcem a Ziemią jest wprost proporcjonalna do sumy masy Słońca i masy Ziemi, a odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między Słońcem a Ziemią.*
- (6) *Ten, który zabił tego, który zdradził tego, który przekupił tego, który odkrył największy sekret gangu Rudego naraził się temu, kto skłócił Bolka z Czesiem.*

ZADANIE 2

Odczytaj zdania reprezentowane przez poniższe schematy, przy założeniu, że stała predykatowa B oznacza predykat *jest blondynem*.

- | | | |
|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| (a) $\bigwedge_x B(x)$ | (b) $\bigvee_x B(x)$ | (c) $\sim \bigwedge_x B(x)$ |
| (d) $\bigwedge_x \sim B(x)$ | (e) $\sim \bigvee_x B(x)$ | (f) $\bigvee_x \sim B(x)$ |

ZADANIE 3

Napisz schematy poniższych zdań w języku rachunku predykatów.

- (7) *Nieprawda, że wszyscy są wysocy.*
- (8) *Niektórzy nie są wysocy.*
- (9) *Każdy jest wysoki.*
- (10) *Niektórzy są wysocy.*
- (11) *Nikt nie jest wysoki.*
- (12) *Wszyscy nie są wysocy.*
- (13) *Nie istnieją wysocy.*
- (14) *Wszyscy są wysokimi blondynami.*
- (15) *Niektórzy są wysokimi blondynami.*

ZADANIE 4

Odczytaj zdania reprezentowane przez poniższe schematy, przy założeniu, że stała predykatowa Z oznacza dwuargumentowy predykat *znać* (x zna y).

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) $\bigwedge_{x,y} Z(x,y)$ | (b) $\bigvee_{x,y} Z(x,y)$ | (c) $\bigwedge_{x,y} \sim Z(x,y)$ |
| (d) $\bigvee_{x,y} \bigwedge Z(x,y)$ | (e) $\sim \bigwedge_{x,y} Z(x,y)$ | (f) $\bigvee_{x,y} \sim Z(x,y)$ |
| (g) $\bigwedge_{x,y} \sim Z(x,y)$ | (h) $\sim \bigvee_{x,y} Z(x,y)$ | (i) $\bigwedge_{x,y} \sim Z(x,y)$ |
| (j) $\bigvee_{x,y} \sim Z(x,y)$ | (k) $\sim \bigwedge_{x,y} Z(x,y)$ | (l) $\sim \bigvee_{x,y} Z(x,y)$ |

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| (l) $\bigwedge_x \bigvee_y R(x, y)$ | (m) $\bigwedge_x \bigvee_y R(y, x)$ |
| (n) $\bigvee_x \bigwedge_y R(x, y)$ | (o) $\bigvee_x \bigwedge_y R(y, x)$ |

ZADANIE 5

Napisz schematy poniższych zdań w języku rachunku predykatów.

- (16) *Każdy jest przyjacielem każdego.*
- (17) *Istnieje ktoś, kto jest czyimś przyjacielem.*
- (18) *Każdy jest czyimś przyjacielem.*
- (19) *Niektórzy są przyjaciółmi wszystkich.*
- (20) *Wszyscy mają przyjaciół.*
- (21) *Ktoś ma przyjaciela.*
- (22) *Dla kogoś wszyscy są przyjaciółmi.*
- (23) *Nikt nie jest przyjacielem wszystkich.*
- (24) *Nikt nie jest niczym przyjacielem.*

- (25) *Ala ma Burka.*
- (26) *Burek jest psem.*
- (27) *Ala ma psa Burka.*
- (28) *Ala ma psa.*
- (29) *Janek kupił motocykl.*
- (30) *Romek pożyczył od Tomka samochód.*
- (31) *Jeśli Antek kupi nowy samochód, to Franek pęknie z zazdrości.*

- (32) *Niektóre mandarynki są kwaśne.*
- (33) *Cytryny są kwaśne.*
- (34) *Wszyscy wysocy są blondynami.*
- (35) *Wszyscy blondyni są wysocy.*
- (36) *Niektórzy logicy są nudni.*
- (37) *Niektórzy logicy nie są nudni.*
- (38) *Wszyscy logicy są nudni.*
- (39) *Nie ma nudnych logików.*
- (40) *Żaden logik nie jest nudny.*
- (41) *Nie wszyscy logicy są nudni.*
- (42) *Tylko logicy są nudni.*
- (43) *Nie tylko logicy są nudni.*

- (44) *Ewa nie lubi Barbary, zaś Irena nie lubi niektórych swoich sąsiadów.*
- (45) *Jola nie lubi czereśni, a Kasia wiśni.*

- (46) *Stefan przeczytał „Pana Tadeusza”.*
- (47) *Wojtek przeczytał pewną książkę.*
- (48) *Niektórzy przeczytali jakieś książki.*
- (49) *Każdy przeczytał pewną książkę.*
- (50) *Każdy student przeczytał pewną książkę.*
- (51) *Niektórzy studenci przeczytali wszystkie książki.*
- (52) *Każdy student przeczytał wszystkie książki.*

- (53) *Istnieje książka, którą przeczytali wszyscy.*
- (54) *Pewną książkę przeczytali wszyscy studenci.*
- (55) *Nikt nie przeczytał wszystkich książek.*
- (56) *Żaden student nie przeczytał wszystkich książek.*

- (57) *Metale są przewodnikami elektryczności.*
- (58) *Cukier jest słodki.*
- (59) *Istnieje substancja, która dla pewnych reakcji jest katalizatorem.*
- (60) *Jeżeli na ciało nie działa żadna siła, to porusza się ono ruchem jednostajnym prostoliniowym lub pozostaje w spoczynku.*
- (61) *Istnieją proste, które nie są ani wzajemnie równoległe, ani prostopadłe.*
- (62) *Proste równoległe nie przecinają się.*
- (63) *Jeżeli nieprawda, że istnieją planety większe od Jowisza, to żadna planeta nie jest większa od Jowisza.*

- (64) *Każdy matematyk jest uczniem pewnego matematyka.*
- (65) *Pewien matematyk nie jest uczniem żadnego matematyka.*
- (66) *Pewien matematyk nie ma uczniów wśród matematyków.*

- (67) *Ze zdania fałszywego wynika logicznie dowolne zdanie.*
- (68) *Ojciec ojca jest dziadkiem.*

- (69) *Każdy filozof głosi takie twierdzenie, którego pewien filozof nie uznaje.*
- (70) *Niektórzy filozofowie głoszą twierdzenia, których nikt nie uznaje.*
- (71) *Istnieją twierdzenia, których nie uznają tylko filozofowie.*

Teraz zakładamy, że zmienne nazwowe przebiegają zbiór liczb (rzeczywistych) oraz że do języka rachunku predykatów należą dwie (infiksowe) stałe predykatowe: = oraz <.

- (72) *Każda liczba jest równa sobie samej.*
- (73) *Żadna liczba nie jest mniejsza od samej siebie.*
- (74) *Jeżeli jakaś liczba jest mniejsza od drugiej liczby, to ta druga nie jest mniejsza od pierwszej.*
- (75) *Z każdych dwu różnych liczb jedna jest mniejsza od drugiej.*
- (76) *Nie istnieje liczba największa.*
- (77) *Istnieje najmniejsza liczba naturalna.*
- (78) *Liczba 0 jest najmniejszą liczbą naturalną.*
- (79) *Nie istnieje największa liczba naturalna.*
- (80) *Każde dwie liczby, które są obie równe trzeciej liczbie, są równe sobie nawzajem.*
- (81) *Suma dwóch liczb naturalnych jest zawsze większa od każdego z jej składników.*
- (82) *Wartość bezwzględna dowolnej liczby ujemnej jest większa od niej samej.*
- (83) *4 jest liczbą parzystą.*
- (84) *Dla każdej liczby naturalnej istnieje taka liczba naturalna, że ich różnica jest liczbą parzystą.*
- (85) *Dla każdej liczby naturalnej większej od 1 istnieje taka liczba naturalna, że różnica pierwszej i drugiej wynosi 1.*

(86) *Kwadrat dowolnej liczby jest nieujemny.*

(87) *Dowolne dwie liczby naturalne mają najmniejszą wspólną wielokrotność.*

ZADANIE 6 (*)

Sformułuj w języku potocznym zdania, które powstaną z podanych niżej schematów po podstawieniu w miejsce stałych predykatowych P, Q, R odpowiednio predykatów: *poeta*, *poemat* oraz *autor*.

$$(1) \quad \bigwedge_x [Q(x) \rightarrow \bigvee_y [P(y) \wedge R(y, x)]]$$

$$(2) \quad \bigvee_x [P(x) \wedge \bigwedge_y [R(x, y) \rightarrow Q(y)]]$$

$$(3) \quad \sim \bigvee_x [P(x) \wedge \bigwedge_y [Q(y) \rightarrow R(x, y)]]$$

$$(4) \quad \sim \bigvee_x [P(x) \wedge \bigwedge_y [Q(y) \rightarrow \sim R(x, y)]]$$

$$(5) \quad \sim \bigwedge_x [P(x) \rightarrow \bigwedge_y [R(x, y) \rightarrow Q(y)]]$$

ZADANIE 7

Sformułuj w języku potocznym zdania, które powstaną z podanych niżej schematów po podstawieniu w miejsce stałych predykatowych S, P, L odpowiednio predykatów: *student*, *przedmiot* oraz *lubi*.

$$(1) \quad \bigvee_x [S(x) \wedge \bigvee_y [P(y) \wedge L(x, y)]]$$

$$(2) \quad \bigwedge_x [S(x) \rightarrow \bigvee_y [P(y) \wedge L(x, y)]]$$

$$(3) \quad \sim \bigvee_x [S(x) \wedge \bigwedge_y [P(y) \rightarrow \sim L(x, y)]]$$

$$(4) \quad \sim \bigwedge_x [S(x) \rightarrow \bigwedge_y [P(y) \rightarrow L(x, y)]]$$

$$(5) \quad \bigvee_x [P(x) \wedge \bigwedge_y [S(y) \rightarrow L(y, x)]]$$

$$(6) \quad \bigwedge_x [P(x) \rightarrow \bigvee_y [S(y) \wedge L(y, x)]]$$

$$(7) \quad \bigvee_x [P(x) \wedge \bigwedge_y [L(y, x) \rightarrow S(y)]]$$

$$(8) \quad \bigwedge_x [P(x) \rightarrow \bigvee_y [L(y, x) \wedge \sim S(y)]]$$

* Zadanie pochodzi z *Ćwiczeń z logiki* B. Stanosz.