

ZAGADNIENIA WSTĘPNE

Logos – (gr.) słowo, myśl; wykład, nauka

Logika bada proces myślenia; jest to nauka o formach poprawnego myślenia – a zarazem o języku (nie mylić z teorią komunikacji czy językoznawstwem).

Wiedza – zasób twierdzeń, które uznajemy za prawdziwe.

Metody poszerzania wiedzy:

- bezpośrednia, tj. uznawanie nowych zdań na podstawie obserwacji
- pośrednia, tj. uznawanie nowych zdań na podstawie innych, wcześniej już uznanych – tzw. wnioskowanie.

Wnioskowanie to proces myślowy, w którym na podstawie uznania pewnych zdań (zwanymi **przesłankami**) dochodzimy do uznania nowego zdania (zwanego **wnioskiem**).

Wnioskowanie dedukcyjne to takie wnioskowanie, w którym wniosek **wynika logicznie** z przesłanek.

Wynikanie logiczne (którego ścisłą definicję poznamy później) ma tę ważną własność, że ze zdań prawdziwych wynikają logicznie zawsze i tylko zdania prawdziwe. Stąd wnioskowanie dedukcyjne jest pewne i niezawodne.

Pojęcie wynikania logicznego jest centralnym pojęciem logiki formalnej, którą będziemy dalej się zajmować. Podsumowując:

Logika to nauka badająca warunki poprawności wnioskowań.

Do logiki w ścisłym tego słowa znaczeniu zalicza się jedynie **logiczną teorię języka** (czyli **logikę formalną**).

Do logiki w szerszym znaczeniu włącza się jeszcze pewne wiadomości z zakresu semiotyki oraz ogólnej metodologii nauk.

Semiotyka – ogólna teoria języka; trzy podstawowe działy:

- 1) semantyka
- 2) syntaksa
- 3) pragmatyka

Ogólna metodologia nauk – logiczna teoria nauki.

Logika formalna podaje metody sprawdzania czy między danymi zdaniami zachodzi stosunek wynikania logicznego, czy dane wnioskowanie jest formalnie poprawne, zapoznaje nas z najczęściej stosowanymi schematami wnioskowania dedukcyjnego i najczęściej popełnianymi w nim błędami.

- rachunek zdań
- rachunek kwantyfikatorów
- rachunek zbiorów i relacji

Paradoks kłamcy

Niniejsze zdanie jest fałszywe. (albo: *Ja teraz kłamię.*)

Czy powyższe zdanie jest prawdziwe?

Jeśli jest prawdziwe – to jest tak, jak ono orzeka, czyli jest ono fałszywe.

Jeśli natomiast jest ono fałszywe, to nie jest tak, jak ono orzeka, czyli jest prawdziwe.

SPRZECZNOŚĆ !

Język potoczny jest uniwersalny: można w nim mówić o dowolnych przedmiotach, ale także o nim samym. Stąd też wyrażenia są dwuznaczne: oznaczają np. pewien przedmiot a także same siebie.

Teoria stopni semantycznych

- język pierwszego stopnia – tzw. język przedmiotowy,
- język drugiego stopnia – tzw. **metajęzyk** języka przedmiotowego,
- język trzeciego stopnia – metajęzyk języka drugiego stopnia,

.....,

itd.

W praktyce przyjęto odróżniać wyrażenia z języka drugiego stopnia od równobrzmiących wyrażen z języka pierwszego stopnia przez umieszczanie ich w cudzysłowie.

Kot goni mysz. Mysz jest wyrazem jednosylabowym. Zatem kot goni wyraz jednosylabowy.

Reguła semantyczna:

Warunkiem koniecznym sensowności jest aby wyrażenia orzekane o wyrażeniach językowych nie należały do języka tego samego stopnia, lecz do języka stopnia bezpośrednio wyższego.

Zatem każde wyrażenie, w którym jest mowa o nim samym jest bezsensowne.

Antynomia Grellinga

Zakładając, że język może opisywać sam siebie, podzielimy jego słowa na dwie klasy.

Wyraz jest **autosemantyczny**, gdy może być prawdziwie orzekany o sobie samym, a **heterosemantyczny** – w przeciwnym przypadku.

Przykłady:

Autosemantyczne są słowa: rzeczownik, nazwa, sześciosylabowy, polski, osiemnastoliterowy, krótki.

Heterosemantyczne są słowa: przymiotnik, czasownik, dwusylabowy, francuski, pięcioliterowy, długi.

Do której klasy należy słowo: heterosemantyczny?

Jeśli heterosemantyczny jest heterosemantyczny – to właśnie go orzekamy o nim samym, zatem jest autosemantyczny.

Jeśli zaś heterosemantyczny jest autosemantyczny – to można go prawdziwie orzec o nim samym, czyli heterosemantyczny jest heterosemantyczny.

Inaczej mówiąc, heterosemantyczny nie stosuje się do samego siebie - czyli jest heterosemantyczny - wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest heterosemantyczny (czyli aby mógł się do siebie samego stosować, to nie może się do siebie samego stosować) – **SPRZECZNOŚĆ !**

Wyrażenia językowe (wyrazy, frazy, zdania) dzielimy na klasy zwane kategoriami syntaktycznymi (składniowymi).

Mówimy, że dwa wyrażenia należą do tej samej **kategorii syntaktycznej** wtedy, gdy po zastąpieniu jednego z nich przez drugie w złożonym wyrażeniu sensownym (poprawnie zbudowanych) znów otrzymujemy wyrażenia sensowne (poprawnie zbudowane).

(wtedy = wtedy i tylko wtedy)

Kategorie syntaktyczne są to więc klasy wyrażen wzajemnie zastępowalnych z zachowaniem poprawności budowy (sensowności).



Nazwy jednostkowe i zdania to stałe pozalogiczne.

O wyrażeniach nazwowych i wyrażeniach zdaniowych mówimy też, że są to tzw. kategorie podstawowe, podczas gdy funktory i operatory określa się jako kategorie pochodne.

Nazwy to wyrażenia służące do oznaczania przedmiotów (rozumianych szeroko, nie tylko jako obiekty materialne).

Nazwa to wyrażenie, które może być podmiotem lub orzecznikiem sensownego wyrażenia postaci „*M jest N*”.

Desygnat nazwy to przedmiot, o którym można ją zgodnie z prawdą orzec.

Zakres nazwy (jej **denotacja**) to zbiór jej wszystkich desygnatów.

Nazwy puste to te nazwy, które nie mają fizycznie istniejącego desygnatu.

Nazwy jednostkowe to te nazwy, które mają dokładnie jeden desygnat.

Nazwy ogólne to te nazwy, które mają więcej niż jeden desygnat.

Zmienne nazwowe to zmienne, za które można wstawiać nazwy.

Zakres zmiennej to zbiór przedmiotów oznaczanych przez nazwy, które można za nią podstawiać; mówimy, że zmienna **przebiega** ten zbiór.

Funkcje nazwowe to wyrażenia zawierające zmienne, z których po podstawieniu za te zmienne odpowiednich stałych otrzymujemy nazwy.

Zdanie to wypowiedź prawdziwa lub fałszywa.

Zdaniem w sensie logicznym może być tylko zdanie oznajmujące i to tylko takie, które orzeka coś, stwierdza określony stan rzeczy – zachodzący lub nie w rzeczywistości.

Opieramy się na **klasycznej koncepcji prawdy**: zdanie jest prawdziwe wówczas i tylko wówczas, gdy w rzeczywistości jest tak, jak to zdanie głosi; zdanie jest zaś fałszywe wówczas i tylko wówczas, gdy w rzeczywistości nie jest tak, jak zdanie to głosi.

Prawdziwość lub fałszywość zdania nazywa się jego **wartością logiczną**.

Własność ta ma charakter obiektywny. Klasycznie rozumiana prawdziwość zdania nie zależy od tego, kto dane zdanie wygłasza, ani od stanu wiedzy rozumianej subiektywnie czy też obiektywnie.

Zasada dwuwartościowości:

Każde zdanie ma jedną i tylko jedną z dwóch wartości logicznych.

Zmienna zdaniowa to zmienna, za którą można podstawiać zdania.

Funkcja zdaniowa to wyrażenie zawierające zmienne, z którego po podstawieniu za te zmienne odpowiednich stałych otrzymujemy zdanie.

(inaczej: forma zdaniowa lub warunek)

Przedmiot **spełnia** daną funkcję zdaniową (spełnia warunek) witw, gdy po podstawieniu jej nazwy za zmienną w tej funkcji otrzymujemy zdanie prawdziwe.

Operatory to wyrażenia (obejmujące zmienną), które dołączone do funkcji logicznych (o tejże zmiennej) tworzą z nimi stałe logiczne lub funkcje o mniejszej liczbie tzw. zmiennych wolnych.

Mówimy, że operatory **wiążą** zmienne wolne w funkcjach, do których są dołączane. Częścią każdego operatora jest zawsze tzw. **wskaźnik** (inaczej – zmienna objęta tym kwantyfikatorem), czyli symbol zmiennej, którą wiąże dany operator.

Do operatorów zdaniotwórczych zaliczamy np. kwantyfikator ogólny, kwantyfikator szczegółowy, kwantyfikatory ilościowe.

Do operatorów nazwotwórczych zaliczamy np. operator abstrakcji, operator Russella, także matematyczne znaki sumy szeregu, iloczynu, całki, uogólnionej sumy i iloczynu rodziny zbiorów.

Funktory to wyrażenia, które w połączeniu z innymi wyrażeniami, zwanymi ich **argumentami**, tworzą złożone wyrażenia sensowne.

Jeśli tworzą zdania, to nazywamy je funktorami zdaniotwórczymi, jeśli nazwy – to nazwotwórczymi, jeśli operatory – to operatorotwórczymi, zaś jeśli funktory – to funktorotwórczymi.

Funktory mogą mieć różną liczbę argumentów z różnych kategorii syntaktycznych.

Predykaty to funktory zdaniotwórcze o argumentach nazwowych.

Przyjmuje się, że ich argumentami są wyłącznie nazwy jednostkowe (kategoria podstawowa).

Notacja ułamkowa Ajdukiewicza – indeksy kategorii składniowych:

n – nazwa (jednostkowa)

z – zdanie

„ułamek” postaci: $\frac{\text{co tworzy}}{\text{z czym się łączy}}$ tj. $\frac{\text{indeks wyrażenia złożonego}}{\text{indeksy argumentów}}$ – funktor / operator

Badanie spójności syntaktycznej wyrażenia:

Tworzymy ciąg symboli kategorii syntaktycznych odpowiadających poszczególnym jego składnikom (lekseom); dokonujemy „algebraicznego” skrócenia wszędzie tam, gdzie symbol kategorii sąsiaduje z identycznym znajdującym się w „mianowniku” kategorii o symbolu ułamkowym.

Jeśli w wyniku skrócenia otrzymamy pojedynczy symbol – to badane wyrażenie jest poprawne (spójne syntaktycznie) i jest właśnie tej kategorii, której symbol otrzymaliśmy; w przeciwnym przypadku wyrażenie jest niepoprawnie zbudowane.

ZADANIE

Sprawdź spójność syntaktyczną następujących wyrażeń:

1. *Ala ma kota.*
2. *Siostra Ali łagodnie głaskała szarego kota.*
3. *Olek powiedział, że nieprawda, że Ala ma kota.*
4. *Zdolny uczeń nadzwyczaj sprawnie wykonał bardzo trudne ćwiczenie.*
5. *Drzewo, które rośnie przed domem, pięknie zakwitło.*

Niektóre wyrażenia są strukturalnie wieloznaczne, np.:

protestujący studenci i policjanci

Antynomia fryzjera

Czy fryzjer, który goli wszystkich i tylko tych mężczyzn, którzy sami się nie golą, goli sam siebie?

Jeśli goli sam siebie, to należy do tej grupy mężczyzn, których jako fryzjer nie obsługuje – zatem nie goli sam siebie.

Jeśli nie goli sam siebie, to należy do tej grupy mężczyzn, których jako fryzjer obsługuje – zatem goli sam siebie.

SPRZECZNOŚĆ !

Rozumowanie prowadzące do sprzeczności wykazuje, że zdania:

Fryzjer, który goli wszystkich i tylko tych mężczyzn, którzy sami się nie golą, goli (nie goli) sam siebie. są (choć może nie jest to widoczne na pierwszy rzut oka) absurdalne, są wewnętrznie sprzeczne.

Aby wyrażenie: *x goli/nie goli sam siebie* miało sens, winniśmy podstawiać za zmienną x nazwy jednostkowe (imiona własne), nie można natomiast podstawiać nazw ogólnych (jak np. *fryzjer, który ...* itd.) Problem można też ominąć zupełnie przyjmując, że fryzjerem jest np. wytresowany szympanś albo kosmita, albo robot (ale nie kobieta – gdyż w zdaniu mowa jest o fryzjerze, a nie o fryzjerce). Wówczas fryzjer nie jest mężczyzną i problem znika.